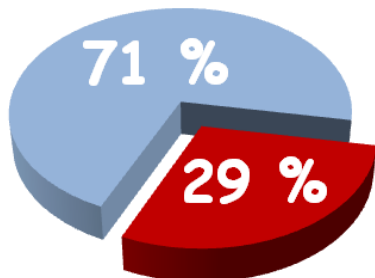


Tiesitkö tätä?

MAFY:n lääkiskurssi 2,5-kertaistaa mahdollisuutesi päästä sisään yhdellä yrityksellä. Poikkeuksellisen kovista tuloksista johtuen lääkikset alkavatkin täytyä MAFY:n kurssilaisista.



29 % vuonna 2016 Helsingin suomenkieliseen yleislääkikseen päässeistä tuli MAFY:n kurssilta.

Lääkiskurssi

- 5-8 täysmittaista harjoituspääsykoetta oikeassa koosalissa.
- Yksilöllinen opetus mahdollistaa etenemisen omassa tahdissa. Kaikissa ryhmissä on korkeintaan 16 oppilasta yhtä opettajaa kohden.
- Voit aloittaa valintasi mukaan 29.8., 31.10., 9.1., 20.2. tai 28.3. Oppitunnin ajankohdaksi voi yleensä valita aamun, iltapäivän tai illan.

DI-pääsykoekurssi

- Voit harjoitella matematiikkaa, fysiikkaa ja kemiaa pääsykoetta varten.
- 4 täysmittaista harjoituskoea kustakin aineesta ja pitkällä kurssilla lisäksi 2 yo-harjoituskoea kustakin aineesta.
- Pitkäkurssi 28.3.-26.5. ja kevätkurssi 20.2.-26.5.

Fysiikka, syksy 2016

Mallivastaukset, 30.9.2016

Mallivastausten laatimisesta ovat vastanneet filosofian maisteri Teemu Kekkonen ja diplomi-insinööri Antti Suominen. Antti ja Teemu ovat perustaneet MAFY-valmennuksen, jota ennen Teemu opetti 5 vuotta lukiossa ja Antti toimi tuntiopettajana TKK:lla. Nykyään Teemu vastaa MAFY:n Jyväskylän kursseista ja Antti vastaa Mafynetti-ohjelman kehityksestä. Muut mallivastaustiimin jäsenet ovat Sakke Suomalainen, Matti Virolainen ja Viljami Suominen. Nämä mallivastaukset ovat Antti Suominen Oy:n omaisuutta.

MAFY-valmennus on Helsingissä toimiva, valmennuskursseihin sekä matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen erikoistunut yritys. Palveluitamme ovat

- lääketieteellisen valmennuskurssit
- DI-valmennuskurssit
- yo-kokeisiin valmentavat kurssit
- Mafynetti - sähköinen oppimateriaali.

Julkaisemme internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kursseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata MAFY-valmennuksen sivuilta www.mafyvalmennus.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukiokursseilla.

MAFY-valmennuksen yhteystiedot:

www.mafyvalmennus.fi/yhteystiedot

info@mafyvalmennus.fi

1. Valitse annettuihin kohtiin 1–6 sopiva massan **suuruusluokka**. Anna vastauksena kuusi numero-kirjain-paria.

- | | |
|-----------------------------------|-----------------|
| 1) Kuu | a) 10^{27} kg |
| 2) Abiturientti | b) 10^{23} kg |
| 3) Kannettava tietokone | c) 10^{21} kg |
| 4) Afrikkalainen urosnorsu | d) 10^{19} kg |
| 5) Jupiterin massa | e) 10^6 kg |
| 6) Maan kaikkien valtamerien vesi | f) 10^4 kg |
| | g) 10^2 kg |
| | h) 10^0 kg |

Ratkaisu.

1	2	3	4	5	6
b	g	h	f	a	c

Pisteytys: 1p / oikein valittu suuruusluokka

6p

Selitykset (ei vaadita koevastauksessa):

- 1-b) Kuun massan voi katsoa taulukkokirjasta.
- 2-g) Abiturienttien massa on yleensä välillä 45 kg–120 kg. Ainoa tähän suuruusluokkaan sopiva luku on 10^2 kg = 100 kg.
- 3-h) Uudenaikaisen kannettavan tietokoneen massa on yleensä 1–2 kg ja vanhempienkin laitteiden massat ovat normaalisti alle 10 kg. Ainoa tähän suuruusluokkaan sopiva luku on 10^0 kg = 1 kg.
- 4-f) Afrikkalaisen urosnorsun massan voi biologisen yleissivistyksen perusteella tietää olevan tuhansia kilogrammoja. Näin ollen voidaan poissulkea 10^6 kg = 1 000 000 kg ja 10^2 kg = 100 kg. Ainoa tähän suuruusluokkaan sopiva luku on siis 10^4 kg = 10 000 kg. (Lisätieto: Biologit ovat luokitelleet Afrikassa elävät norsut kahteen lajiin: metsänorsuihin ja savanninorsuihin. Urospuoliset savanninorsut ovat tyypillisesti massaltaan 6 t ja metsänorsut 3 t. Metsänorsujen pienikokoisimmat aikuiset yksilöt voivat olla massaltaan noin 1 t, mikä on hieman rajatapaus, mutta silti on syytä sanoa, että tarkemmin määrittelemättömän ”Afrikkalaisen urosnorsun” massa on ennemmin luokkaa 10 000 kg kuin 100 kg.)
- 5-a) Jupiterin massan voi katsoa taulukkokirjasta.

6-c) Tässä vaiheessa päättelyä jäljellä on kolme suuruusluokkaa. Mikäli veden massa olisi suuruusluokkaa 10^6 kg, olisi valtamerissä olevan veden tilavuus vain suuruusluokkaa miljoona litraa. Tämä vaihtoehto hylätään selvästi vääränä.

Lasketaan, mikä olisi valtamerien keskisyvyys, jos veden massa olisi suuruusluokan ylärajalla $m = 5 \cdot 10^{19}$ kg.

Luetaan taulukkokirjasta Maan pinta-ala $A_M = 5,101 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$. Yleisivistyksen perusteella tiedetään, että valtamerien pinta-ala on noin 70 % maan pinta-alasta, eli $A = 0,7A_M$. Lasketaan keskisyvyys, kun oletetaan kaiken veden muodostavan lieriön. Tällaisen lieriön veden massa on

$$\begin{aligned}\rho_v V_M &= m \\ \rho_v Ah &= m \quad \parallel \text{ sij. } A = 0,7A_M \\ \rho_v 0,7A_M h &= m \quad \parallel : (0,7\rho_v A_M) \\ h &= \frac{5 \cdot 10^{19} \text{ kg}}{0,7 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 5,101 \cdot 10^{14} \text{ m}^2} \\ &= 140,02 \dots \text{ m} \\ &\approx 140 \text{ m}\end{aligned}$$

Maailman merien keskisyvyyden suuruusluokaksi tulee tämän arvion perusteella noin 140 metriä. Tämä ei ole uskottava. Ainoa näin jäljelle jäävä merien veden massan suuruusluokka on siten 10^{21} kg.

HUOM! Samalla tavalla voidaan laskea, mikä olisi keskisyvyys, jos vesimäärän massaksi oletetaan $m = 1 \cdot 10^{21}$ kg. Tällöin keskisyvyys on noin 2,8 km, joka on uskottavassa suuruusluokassa.

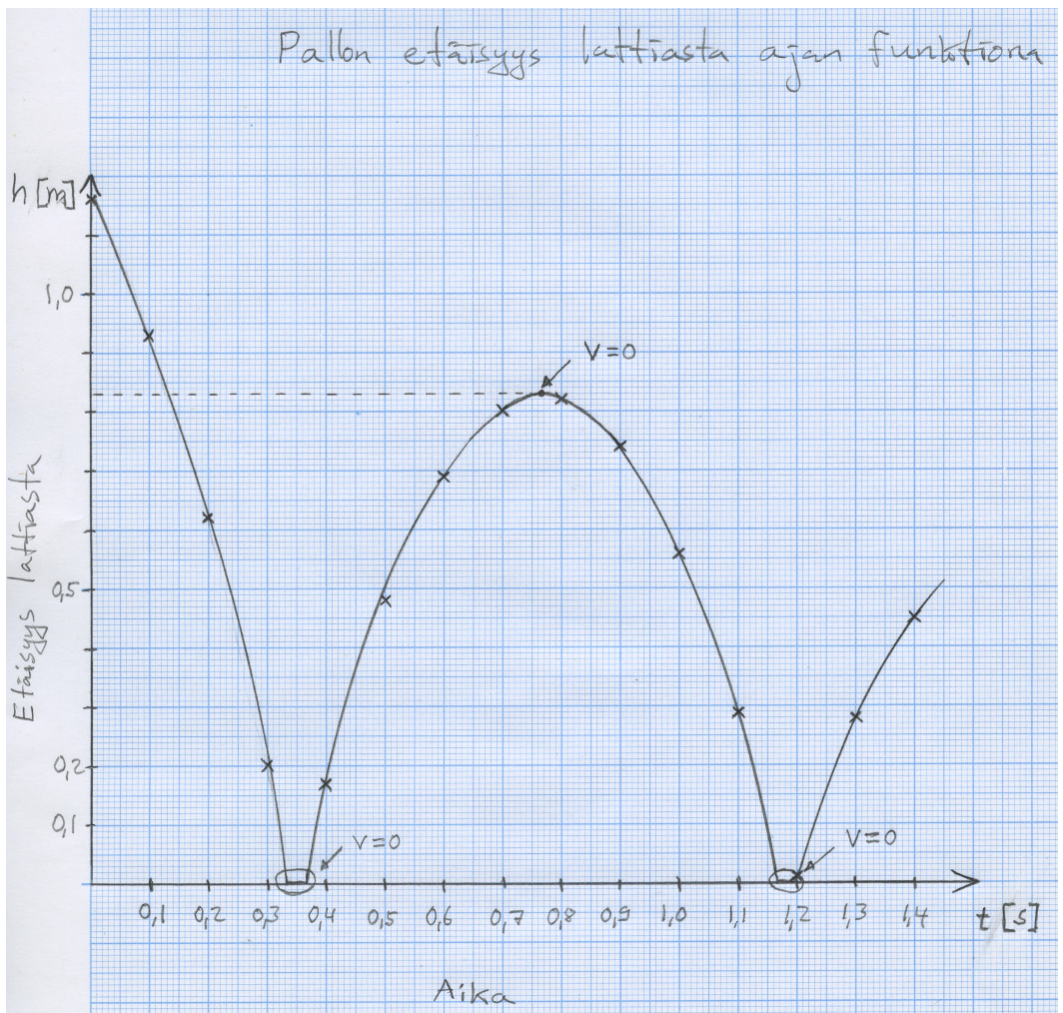
2. Taulukossa on annettu pomppivan pallon etäisyys lattiasta ajan funktiona.

$t(s)$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40
$h(m)$	1,16	0,93	0,62	0,20	0,17	0,48	0,69	0,80	0,82	0,74	0,56	0,29	0,01	0,28	0,45

- Piirrä etäisyyden kuvaaja ajan funktiona. (3 p.)
- Merkitse kuvaajaan kohdat, joissa pallon nopeus on nolla. (2 p.)
- Kuinka korkealle pallo nousee osuttuaan ensimmäisen kerran lattiaan? (1 p.)

Ratkaisu.

a)



Kuvaaja

3p

- b) Oletetaan pomppimisen olevan vain pystysuuntaista. Mittaustulosten perusteella tehtävässä tutkitaan pallon alaosan liikettä. Pallon pohjasta mitattu nopeus on nolla, kun pallo koskettaa maata. Nämä kohdat on merkitty a-kohdan kuvaajaan ympyröityinä. Lisäksi nopeus on hetkellisesti nolla, kun pallo on ensimmäisen pomppunsa korkeimmassa pisteessä. Tämä piste on myös merkitty a-kohdan kuvaajaan. _____

2p(5p)

Pisteytys: $\frac{2}{3}$ p jokaisesta oikeasta kohdasta, $-\frac{2}{3}$ p väärästä kohdasta.

- c) Luetaan a-kohdan kuvaajasta (katkoviiva) $h = 0,83$ m.

Vastaus: Pallo nousee 0,83 metrin korkeudelle. _____

1p(6p)

3. Kylpytynnyri täytetään juuri ennen lämmitystä pumpppaamalla siihen 2 000 litraa 6°C lämpötilassa olevaa kaivovettä. Kylpytynnyrin tulipesän teho on 30 kW. Lämmitykseen käytetään kuivia puuhalkoja, joiden lämpöarvo on 18 MJ/kg. Kuivan puun tiheys on 520 kg/m^3 .
- Kuinka kauan kestää veden lämmitys 38°C käyttölämpötilaan täydellä teholla, kun lämpöhäviöt lämmityksen aikana ovat keskimäärin 25 % lämmitystehosta? (4 p.)
 - Puun palamisessa syntyy noin 1 000 kg hiilidioksidia yhtä puukuutiometriä kohti. Kuinka paljon hiilidioksidia (kg) syntyy kylpytynnyrin veden lämmityksestä yhden tunnin aikana? (2 p.)

Ratkaisu.

$$V_r = 2000 \text{ l} = 2000 \text{ dm}^3 = 2 \text{ m}^3$$

$$P_L = 30 \text{ kW} = 30 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$H = 18 \text{ MJ/kg} = 18 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

$$\rho_p = 520 \text{ kg/m}^3$$

$$c_v = 4,19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

$$\rho_v = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\Delta T = 38^{\circ}\text{C} - 6^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{C}$$

- a) Veden lämmitykseen tarvittava veden vastaanottama lämpö on

$$Q_v = c_v m_v \Delta T. \quad \text{1p}$$

Sijoitetaan $m_v = \rho_v V_v$, jolloin saadaan

$$Q_v = c_v \rho_v V_v \Delta T. \quad (1)$$

Kiukaan vedelle luovuttama lämpömäärä ajan Δt kuluessa on

$$Q_k = \eta P_L t, \quad \text{(2) 1p(2p)}$$

missä

$$\eta = 1 - 0,25 = 0,75.$$

Luovutettu (2) ja vastaanotettu (1) lämpö ovat yhtäsuuret, joten

$$\begin{aligned}
 Q_k &= Q_v \\
 \eta P_L t &= c_v \rho_v V_v \Delta T \quad \parallel : (\eta P_L) \\
 t &= \frac{c_v \rho_v V_v \Delta T}{\eta P_L} \\
 t &= \frac{4,19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2 \text{ m}^3 \cdot 32 ^\circ\text{C}}{0,75 \cdot 30 \cdot 10^3 \text{ W}} \\
 &= 11918,22 \dots \text{ s} \\
 &= \frac{11918,22 \dots}{60^2} \text{ h} \\
 &= 3,310 \dots \text{ h} \\
 &\approx 3,3 \text{ h}
 \end{aligned}$$

Vastaus: Lämmitys kestää 3,3 tuntia.

- b) Ratkaistaan poltetun puun massa yhden tunnin, eli ajan $\Delta t = 1 \text{ h} = 60 \cdot 60 \text{ s}$ kuluessa. Kiukaan lämmitysteho on

$$P = \frac{Q}{\Delta t}$$

Polttoaineesta vapautuva lämpö on Hm , missä H on polttoaineen lämpöarvo ja m massa.

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{Hm_p}{\Delta t} \quad \parallel \cdot \left(\frac{\Delta t}{H} \right) \\
 m_p &= \frac{P \cdot \Delta t}{H} \\
 m_p &= \frac{30 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 60^2 \text{ s}}{18 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} \\
 m_p &= 6 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Palaneen puun tilavuus on

$$\begin{aligned}
 \rho_p &= \frac{m_p}{V_p} \quad \parallel \cdot \frac{V_p}{\rho_p} \\
 V_p &= \frac{m_p}{\rho_p} \\
 &= 0,01153 \dots \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

Hiilidioksidia vapautuu siis

$$\begin{aligned}m_{\text{CO}_2} &= 0,01153 \dots \text{ m}^3 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\&= 11,53 \dots \text{ kg} \\&\approx 12 \text{ kg}.\end{aligned}$$

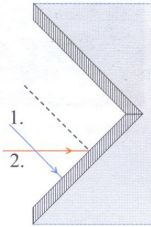
Vastaus: Hiilidioksidia vapautuu 12 kg.

1p(6p)

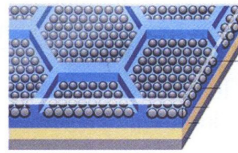
4. a) Perinteisen heijastimen (kuva A) pinnassa on koloja, jotka muodostuvat toisiaan vastaan kohtisuorista heijastavista tasoista. Kuvassa B on poikki-leikkauskuva yhdestä tällaisesta kolosta. Piirrä valonsäteiden 1 ja 2 kulku heijastimessa. (2 p.)
- b) Valoa heijastavan teipin pinnassa on pieniä lasihelmiä kuvan C mukaisesti. Helmien taakse on asetettu heijastava pinta (kuvassa D viivoitettu). Piirrä ja selitä lasihelmeen tulevan ja sieltä takaisinpäin heijastuvan valonsäteen kulku kuvan D tapauksessa. (3 p.)
- c) Miksi tasopeiliä ei käytetä heijastimena? (1 p.)



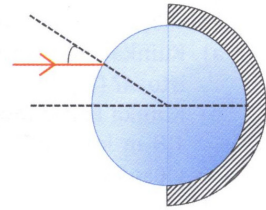
Kuva A



Kuva B



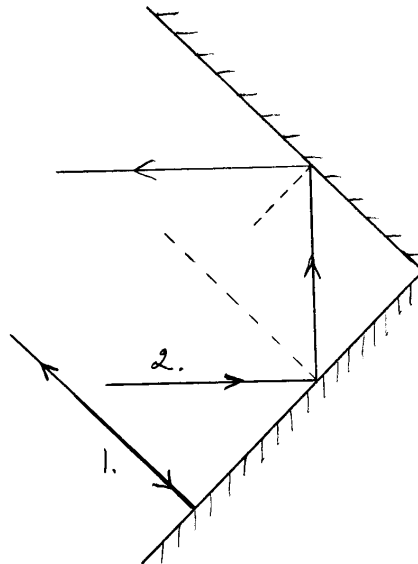
Kuva C



Kuva D

Ratkaisu.

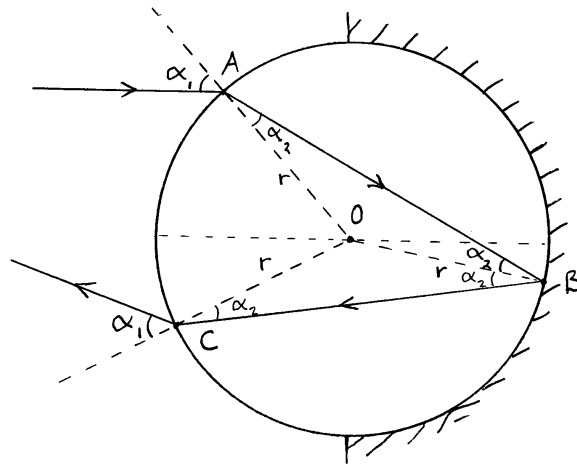
a)



1p / oikein piirretty säde

2p

b)



1p(3p)

Kohdassa A tulokulma on α_1 ja taitekulma α_2 . Koska valo tulee optisesti harvemmasta aineesta optisesti tiheämpään, se taittuu pinnan normaalia kohti ja $\alpha_2 < \alpha_1$. Kolmio AOB on tasakylkinen, joten heijastavalle pinnalle tullessaan kohdassa B tulokulma on myös α_2 . Heijastuslain mukaisesti kohdassa B myös heijastuskulma on α_2 . Heijastunut valonsäde ja kohtien B ja C normaalien suuntaiset säteet muodostavat jälleen tasakylkisen kolmion, joten tulokulma kohdassa C lasi-ilma rajapinnassa on edelleen α_2 . Kohdassa C valonsäteen kulku on siis vain käänteinen kohtaan A verrattuna, joten nyt kohdassa C taitekulma on sama α_1 kuin alkuperäinen tulokulmakin.

2p(5p)

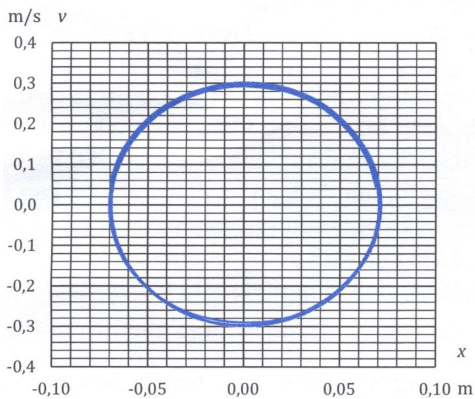
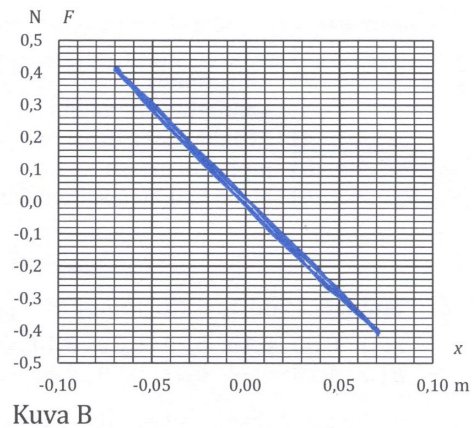
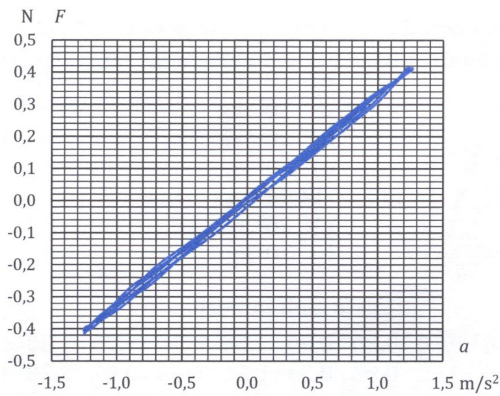
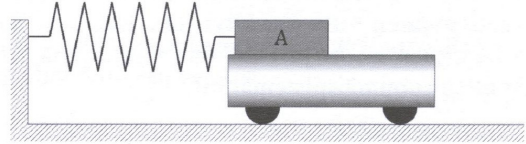
- c) Tasopeili heijastaa kaikki samansuuntaiset valonsäteet vain tiettyyn (yhteen) suuntaan riippumatta siitä, mihin kohtaan peilissä valonsäde osuu. Siten kauempaa tulleesta suhteellisen pienestä valonlähteestä heijastuva valo näkyy peilistä vain tiettyyn suuntaan, eikä muihin suuntiin periaatteessa näy mitään. Heijastimen tulisi kuitenkin heijastaa valoa erityisesti takaisin valonlähdeä kohti, heijastimen asennosta riippumatta. Tämä ei tasopeilillä toteudu.

1p(6p)

5. Vaakasuuralla radalla oleva herkkäliikkeinen vaunu on kytketty kevyellä jousella radan päätyyn. Vaunun langaton voima-anturi A mittaa jousen vaunuun kohdistamaa voimaa F , ja ultraäänianturi mittaa vaunun paikkaa x . Mittausarvoista lasketaan vaunun nopeus v ja kiihtyvyys a . Vaunu laitetaan värähtelemään, jolloin saadaan kuvien A–C mukaiset mittaustulokset.

Kuinka suuri on

- vaunun massa (1 p.)
- jousen jousivakio (2 p.)
- värähdysliikkeen energia (2 p.)
- värähtelyn taajuus? (1 p.)



Ratkaisu.

- Newtonin II lain mukaan vaunuun vaikuttava voima on

$$F = ma,$$

joten vaunun massa saadaan (a, F) -kuvaajasta suoran kulmakertoimenä. Valitaan suoralta pisteet

$$A = (-1,4 \text{ m/s}^2; -0,46 \text{ N}) \quad \text{ja} \\ B = (1,4 \text{ m/s}^2; 0,46 \text{ N}).$$

Kulmakerroin on massa m , eli

$$m = \frac{0,46 \text{ N} - (-0,46 \text{ N})}{1,4 \text{ m/s}^2 - (-1,4 \text{ m/s}^2)} \\ m = 0,328 \dots \text{ kg} \\ \approx 0,33 \text{ kg}.$$

Vastaus: Vaunun massa on 0,33 kg.

1p

b) Oletetaan, että jousivoima on harmoninen. Harmoniselle voimalle F pätee

$$F = -kx,$$

missä k on jousen jousivakio, joten (x, F) -kuvaajaan sovitettun suoran kulmakerroin on $-k$.

1p(2p)

Määritetään kyseinen kulmakerroin. Valitaan suoralta pisteet

$$C = (-0,08 \text{ m}; 0,48 \text{ N}) \quad \text{ja} \\ D = (0,08 \text{ m}; -0,46 \text{ N}).$$

Kulmakerroin on siis $-k$, eli

$$-k = \frac{-0,46 \text{ N} - 0,48 \text{ N}}{0,08 \text{ m} - (-0,08 \text{ m})} \\ -k = -5,875 \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ k = 5,875 \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ \approx 5,9 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Vastaus: Jousen jousivakio on 5,9 N/m.

1p(3p)

c) Harmonisen värähdysliikkeen energia on

$$E = \frac{1}{2}kA^2,$$

missä A on maksimipoikkeama tasapainoasemasta. Maksimipoikkeamaa vastaavat paikan arvot ovat (x, F) -kuvaajan ja (x, v) -kuvaajan perusteella $x = \pm 0,07$ m joten maksimipoikkeama on

$$A = 0,07 \text{ m.} \quad \text{1p(4p)}$$

Kysytty energia on siis

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}kA^2 \\ E &= \frac{1}{2} \cdot 5,875 \text{ N/m} \cdot (0,07 \text{ m})^2 \\ &= 0,0143 \dots \text{ J} \\ &\approx 14 \text{ mJ} \end{aligned}$$

Vastaus: Värähdysliikkeen energia on 14 mJ. 1p(5p)

Kappaleen liike-energia tasapainoasemassa on sama kuin jousen potentiaalienergia ääriasennossa. Siten värähdysliikkeen energian voi myös laskea kaavasta $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, jossa v on suurin nopeus.

d) Harmonisen värähtelijän jaksonaika on

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Taajuus on

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{T} \\ f &= \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \\ f &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \\ f &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{5,875 \text{ N/m}}{0,328 \dots \text{ kg}}} \\ &= 0,672 \dots \text{ Hz} \\ &\approx 0,67 \text{ Hz.} \end{aligned}$$

Vastaus: Värähtelyn taajuus on 0,67 Hz. 1p(6p)

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.

6. Moukarinheitossa 7,26 kg rautakuula kiertää vaijerin varassa 2,0 m etäisyydellä pyörähdysakselista. Viimeinen täysi pyörähdys ennen moukarin irrottamista kestää 0,45 s. Vaijerin massaa ja moukariin kohdistuvaa ilmanvastusta ei oteta huomioon.

- Kuinka suuri on moukarin lähtönopeus, kun se irtoaa? (1 p.)
- Kuinka kauas moukari lentää, kun heitto lähtee 1,8 m korkeudelta 42° kulmassa vaakatasosta ylöspäin? (3 p.)
- Kuinka suuri on moukarin nopeus, kun se osuu maahan? (2 p.)

Ratkaisu.

$$m = 7,26 \text{ kg}$$

$$r = 2,0 \text{ m}$$

$$\Delta t_p = 0,45 \text{ s}$$

$$\Delta \varphi_p = 2\pi$$

- Oletetaan viimeisen pyörähdysten kulmanopeus tasaiseksi. Tällöin kulmanopeus

$$\omega_0 = \frac{\Delta \varphi_p}{\Delta t_p}$$

ja moukarin lähtönopeus eli ratanopeus on

$$v_0 = \omega_0 r$$

$$v_0 = \frac{\Delta \varphi_0 \cdot r}{\Delta t_1}$$

$$v_0 = \frac{2\pi \cdot 2,0 \text{ m}}{0,45 \text{ s}}$$

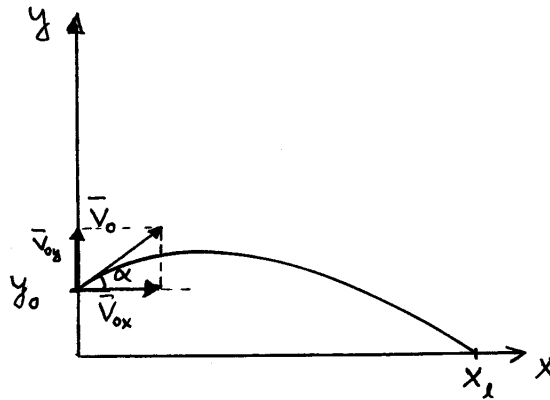
$$v_0 = 27,925 \dots \text{ m/s} \approx 28 \text{ m/s}.$$

Vastaus: Moukarin lähtönopeus on 28 m/s.

1p

RATKAISUVAIHTOEHTO 1:

b)



$$y_0 = 1,8 \text{ m}$$

$$\alpha = 42^\circ$$

Kyseessä on kaksiulotteinen heittoliike, missä

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha = 27,925 \dots \text{ m/s} \cdot \cos 42^\circ = 20,752 \dots \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha = 27,925 \dots \text{ m/s} \cdot \sin 42^\circ = 18,685 \dots \text{ m/s}.$$

Kun moukari lopussa osuu maahan, se on korkeudella $y_l = 0$. Saadaan

$$x_l = v_{0x} t \quad (1)$$

$$y_l = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2. \quad (2)$$

Ratkaistaan lentoaika t yhtälöstä (2).

$$-\frac{1}{2} g t^2 + v_{0y} t + y_0 = 0$$

$$t = \frac{-v_{0y} \pm \sqrt{v_{0y}^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}g\right) \cdot y_0}}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}g\right)}$$

$$t = \frac{-18,685 \dots \text{ m/s} \pm \sqrt{(18,685 \dots \text{ m/s})^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2\right) \cdot 1,8 \text{ m}}}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2\right)}$$

$$(t = -0,094 \dots \text{ s}) \quad \text{tai} \quad t = 3,9035 \dots \text{ s}$$

2p(3p)

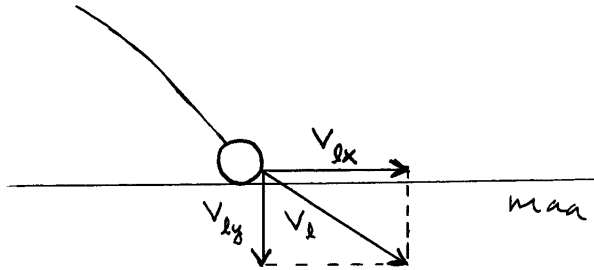
Tällöin moukari etenee x -suunnassa (yhtälö (1)) matkan

$$\begin{aligned}x_l &= 20,752 \dots \text{ m/s} \cdot 3,9035 \dots \text{ s} \\&= 81,0079 \dots \text{ m} \approx 81 \text{ m}.\end{aligned}$$

Vastaus: Moukari lentää 81 metrin päähän.

1p(4p)

c)



Liike on tasaista x -suunnassa, joten

$$v_{lx} = v_{0x} = 20,752 \dots \text{ m/s}.$$

y -suunnassa

$$\begin{aligned}v_{ly} &= v_{0y} - gt \\&= 18,685 \dots \text{ m/s} - 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 3,9035 \dots \text{ s} \\&= -19,607 \dots \text{ m/s},\end{aligned}$$

1p(5p)

joten

$$\begin{aligned}v_l &= \sqrt{v_{lx}^2 + v_{ly}^2} \\v_l &= \sqrt{(20,752 \dots \text{ m/s})^2 + (-19,607 \dots \text{ m/s})^2} \\v_l &= 28,5505 \dots \text{ m/s} \approx 29 \text{ m/s}.\end{aligned}$$

Vastaus: Nopeuden suuruus on 29 m/s.

1p(6p)

RATKAISUVAIHTOEHTO 2:

b)

$$\begin{aligned}y_0 &= 1,8 \text{ m} \\ \alpha &= 42^\circ\end{aligned}$$

Alkunopeuden komponenttien suuruudet ovat

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha = 27,925 \dots \text{ m/s} \cdot \cos 42^\circ = 20,752 \dots \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha = 27,925 \dots \text{ m/s} \cdot \sin 42^\circ = 18,685 \dots \text{ m/s}.$$

Energiaperiaate

$$E_{ka} + E_{pa} = E_{kl}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_l^2 \quad || : \frac{1}{2}m$$

$$v_l = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

$$= \sqrt{(27,925 \dots \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 9,81 \text{ m/s} \cdot 1,8 \text{ m}}$$

$$v_l = 28,5505 \dots \text{ m/s} \approx 29 \text{ m/s} \text{ Kohdan c pisteet saa tästä.}$$

Koska $v_{lx} = v_{0x}$, saadaan

$$v_{ly} = \sqrt{v_l^2 - v_{0x}^2}$$

$$= \sqrt{(28,5505 \dots \text{ m/s})^2 - (20,752 \dots \text{ m/s})^2}$$

$$= 19,6078 \dots \text{ m/s} \text{ } \underline{\hspace{10cm}} \text{ } 1\text{p}(2\text{p})$$

Toisaalta

$$-v_{ly} = v_{0y} - gt$$

$$t = \frac{v_{0y} + v_{ly}}{g}$$

$$t = \frac{18,685 \dots \text{ m/s} + 19,6078 \dots \text{ m/s}}{9,81 \text{ m/s}^2}$$

$$t = 3,9035 \dots \text{ s}, \text{ } \underline{\hspace{10cm}} \text{ } 1\text{p}(3\text{p})$$

joten moukari etenee vaakasuunnassa matkan

$$x = v_{0x}t = 20,752 \dots \text{ m/s} \cdot 3,9035 \dots \text{ s}$$

$$= 81,0079 \dots \text{ m} \approx 81 \text{ m}.$$

Vastaus: Moukari lentää 81 metrin päähän. 1p(4p)

c) Laskettu b-kohdassa.

Vastaus: Nopeuden suuruus on 29 m/s. Merkitty b-kohtaan 2p(6p)

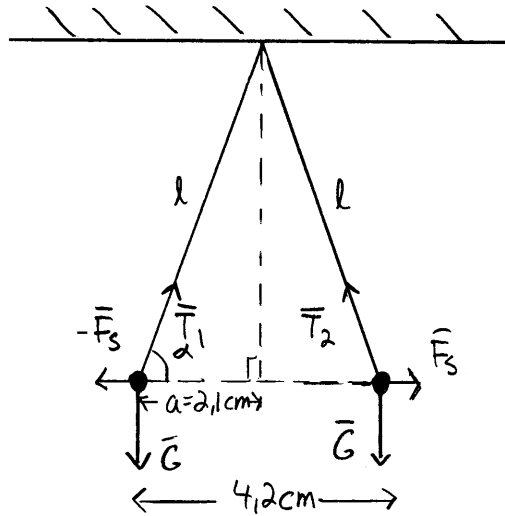
7. Kaksi samanlaista varattua metallikuulaa on ripustettu kattoon samasta pisteestä yhtä pitkien eristelankojen avulla. Kuulilla on sama varaus, ja kummankin massa on 8,5 g. Lankojen pituus on 0,20 m.
- a) Määritä kuulien varaus, kun kuulien välinen tasapainoetäisyys on 4,2 cm. (4 p.)
- b) Toisen kuulan varaus poistetaan. Miten kuulat liikkuvat tämän jälkeen? Mitä kuulien varauksille tapahtuu? (2 p.)

Ratkaisu.

a)

$$l = 0,20 \text{ m}$$

$$m = 8,5 \text{ g} = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$



Kuva

$\frac{2}{3}$ p

$\overline{F}_s$ on sähköinen voima varausten välillä,
 $\overline{T}_1$ ja $\overline{T}_2$ ovat langan jännitysvoimat ja
 $\overline{G}$ on painovoima.

Symmetrian perusteella kappaleisiin kohdistuvat jännitysvoimat ovat yhtäsuuret.

Lasketaan α :n suuruus:

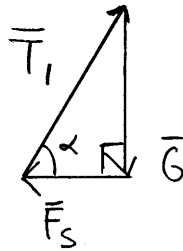
$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{a}{l} \\ \cos \alpha &= \frac{2,1 \text{ cm}}{20 \text{ m}} \\ \cos \alpha &= 0,105 \\ \alpha &= 83,972 \dots^\circ\end{aligned}$$

Kuulat ovat paikallaan, joten Newtonin II lain mukaan

$$\vec{T}_1 + \vec{G} + \vec{F}_s = \vec{0}.$$

$\frac{2}{3}\text{p}$
($1\frac{1}{3}\text{p}$)

Tätä vastaava vektorikolmio on



Kuvasta nähdään, että

$$\tan \alpha = \frac{G}{F_s}. \quad (1)$$

Sähköisen voiman F_s suuruus on

$$F_s = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad \parallel \text{ sij. } Q_1 = Q_2 = Q$$

$$F_s = k \frac{Q^2}{r^2}. \quad (2)$$

$\frac{2}{3}\text{p}$ (2p)

Sijoitetaan (2) yhtälöön (1).

$$\tan \alpha = \frac{G}{k(Q^2/r^2)}$$

$$\tan \alpha = \frac{Gr^2}{kQ^2} \quad \parallel \cdot \frac{Q^2}{\tan \alpha}$$

1p(3p)

$$Q^2 = \frac{Gr^2}{k \cdot \tan \alpha} \quad \parallel \text{ sij. } G = mg$$

$$Q = \pm \sqrt{\frac{mgr^2}{k \cdot \tan \alpha}}$$

$$Q = \pm \sqrt{\frac{8,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (4,2 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{8,9876 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \cdot \tan(83,972 \dots^\circ)}}$$

$$= \pm 4,156 \dots \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$\approx \pm 42 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$= \pm 42 \text{ nC}$$

Vastaus: Kummankin kuulan varaus on 42 nC tai -42 nC.

1p(4p)

- b) Kun toisen kuulan varaus poistetaan, ei kuulien välillä ole enää sähköistä voimaa. Kuulat liikkuvat tällöin painovoiman vaikutuksesta toistensa viereen.

 $\frac{2}{3}\text{p}$
($4\frac{2}{3}\text{p}$)

Kun kuulat koskettavat toisiaan, siirtyy osa varatun pallon varauksesta varaamattomaan. Koska pallot ovat samanlaiset, jakaantuu varaus symmetrian perusteella puoliksi pallojen kesken. Koska molemmat kuulat ovat taas varattuja, niiden välillä vaikuttaa taas sähköinen voima. Sähköinen voima on kuitenkin pienempi kuin alussa, koska varaukset ovat suuruudeltaan puolet alkutilanteesta.

 $\frac{2}{3}\text{p}$
($5\frac{1}{3}\text{p}$)

Kuulien välinen törmäys on lähes täysin kimmoisa, koska kuulat ovat kiinteää metallia. Kuulat lähtevät siis törmäyksen jälkeen takaisin tulosuuntiinsa lähes yhtä suurella nopeudella kuin millä ne törmäsivät. Lisäksi niiden nopeutta kiihdyttää koko nousun ajan sähköisen voiman liikkeen suuntainen komponentti. Siten kuulat nousevat korkeammalle kuin alkuperäiseen tasapainoasemaan.

Käytyään korkeimmassa kohdassaan, kuulat alkavat liikkua takaisin toisiaan kohti ja jäävät värähtelemään uuden tasapainoaseman ympärille. Uusi tasapainoasema on alempana kuin alussa, koska sähköinen voima on pienempi kuin alussa.

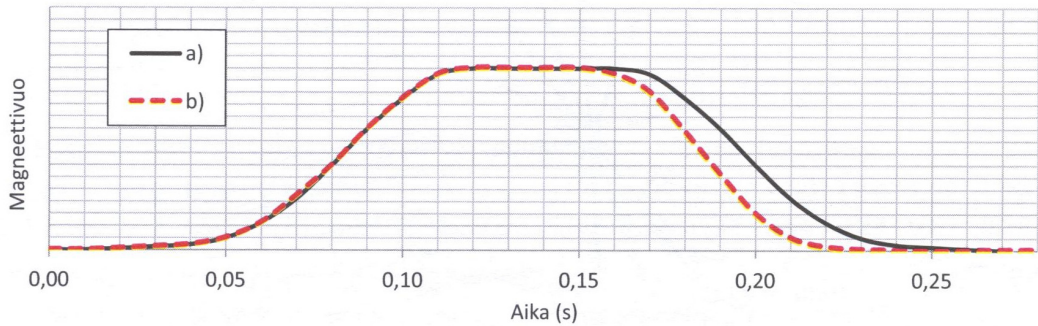
Mikäli kuulat ovat pieniä, eivät ne pääse niin lähelle toisiaan, että törmäisivät värähdysliikkeen aikana. Mikäli kuulat ovat suurempia, niin aina värähdysliikkeen alakohdassa kuulat törmäävät toisiinsa.

$\frac{2}{3}$ p
(6p)

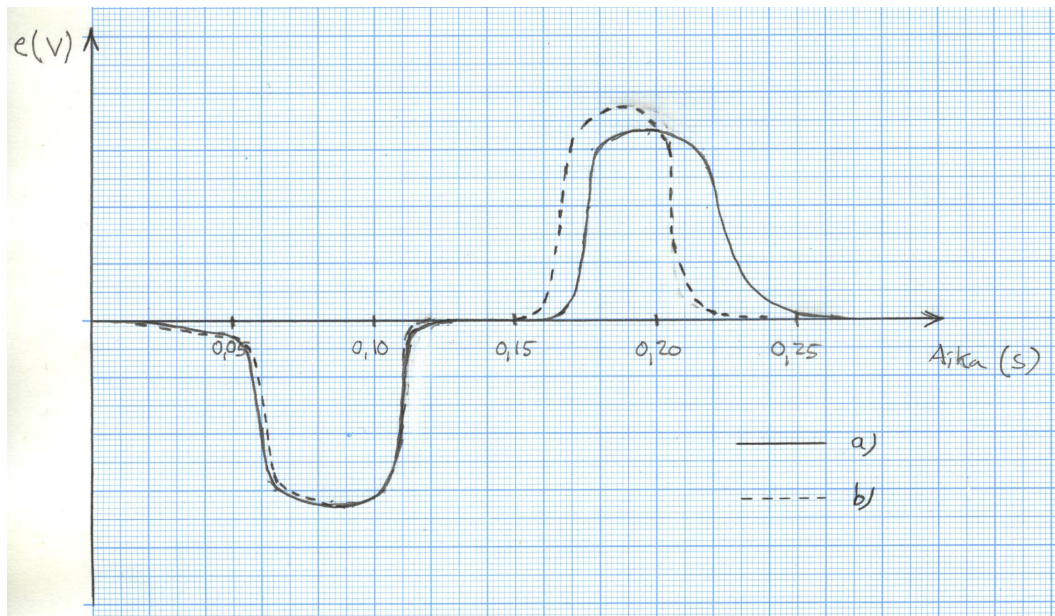
8. Pitkä sauvamagneetti vedetään lyhyen käämin läpi pohjoisnapa edellä tasaisella nopeudella (kuvaaja a) ja tasaisella kiihtyvyydellä (kuvaaja b). Käämin läpäisevä magneettivuo muuttuu kuvaajien mukaisesti. Hahmottele käämiin indusoituvan jännitteen kuvaajat ajan funktiona, kun sauvamagneetti vedetään

- a) tasaisella nopeudella (4 p.)
b) tasaisella kiihtyvyydellä (2 p.)

Selitä ilmiö ja kuvaajien muoto.



Ratkaisu.



a) 2p b) 1p

3p

Kun sauvamagneetti vedetään käämin läpi, käämin magneettivuo muuttuu ja käämiin indusoituu induktiolain mukainen jännite

$$e = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

missä N on käämin kierrosluku, $\Delta\Phi$ on käämin läpäisevän magneettivuon muutos ja Δt on muutokseen kuluva aika. Indusoituneen jännitteen suuruus riippuu siis magneettivuon muutosnopeudesta. Tehtävänannon kuvaajassa tätä vastaa käyrän fysikaalinen kulmakerroin, josta siten voidaan päätellä myös indusoituneen jännitteen suuruuden vaihtelu.

Kun sauvamagneetin pohjoispää lähestyy käämiä, magneettivuo kasvaa aluksi heikosti, koska sauvamagneetin magneettikenttä on kauempana magneetista heikko ja voimistuu huomattavasti vasta lähempänä magneettia. Magneettikentän muoto magneetin edessä on sellainen, että magneettivuon ja induktiojännitteen muutokset tapahtuvat ”pehmeästi”. Mikäli käämi on kytketty suljettuun virtapiiriin, siihen indusoituu virta. Tällöin Lenzin lain mukaisesti tämä indusoitunut virta edelleen hidastaa magneettivuon muutoksia.

Magneetin magneettikenttä on joka kohdassa magneetin sisällä ja lähellä sen päitä saman suuruinen, joten kun magneetin pohjoispää saavuttaa käämin, magneettivuo käämin läpi vakioituu melko nopeasti ja pysyy vakiona, kunnes magneetti menee toiselta puolelta ulos käämistä. Vakioitumisesta johtuu magneettivuon kuvaajan lähes tasainen keskiosa, jolloin induktiojännitekin on nolla. Kun magneetin etelänapa aloittaa käämin sisältä poistumisen, magneettivuo alkaa pienetä ja taas käämiin indusoituu jännite, jonka napaisuus on päinvastainen sisäänmenovaiheeseen verrattuna.

2p(5p)

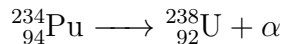
Kuvaajia tulkitsemalla huomataan, että tasaisella kiihtyvyydellä vedetty magneetti on aluksi (samalla ajanhetkellä kyseisen mittauksen alusta) hieman lähempänä käämiä, mutta sen nopeus on hieman pienempi. Tämä nähdään siitä, että kiihtyvän liikkeen tapauksessa magneettivuo havaitaan hieman aiemmin ja sen muutosnopeus aivan aluksi on pienempi. Sisäänmenovaiheen loppupuolella molempien nopeudet ovat jo likimain samat. Poistumisvaihe alkaa kiihtyvän liikkeen tapauksessa jo selkeästi aiemmin ja poistuminen on nopeampi, magneettivuon muutosnopeus siis suurempi ja siten induktiojännitteen suuruuskin isompi. Tästä seuraa, että poistumisvaiheen induktiojännitepulssi on korkeampi (suurempi jännite) ja kapeampi kuin tasaisella nopeudella.

1p(6p)

9. a) Vertaile atomeja $^{18}_7\text{N}$, $^{20}_7\text{N}$, $^{16}_8\text{O}$, $^{18}_8\text{O}$, $^{18}_9\text{F}$. (3 p.)
- Mitkä atomit ovat keskenään isotooppeja?
 - Millä atomeilla on keskenään samanlaiset ytimet?
 - Millä atomeilla on keskenään samanlaiset emissiospektrit?
- b) Mikä tai mitkä seuraavista ydinreaktioista eivät ole mahdollisia? Miksi? (2 p.)
- $^{234}_{94}\text{Pu} \longrightarrow ^{238}_{92}\text{U} + \alpha$
 - $^{52}_{25}\text{Mn} \longrightarrow ^{52}_{24}\text{Cr} + \beta^+ + \nu$
 - $^{23}_{11}\text{Na} \longrightarrow ^{19}_9\text{F} + \alpha$
- c) Atomi $^{57}_{27}\text{Co}$ hajoaa elektronisieppauksella. Kirjoita reaktioyhtälö. (1 p.)

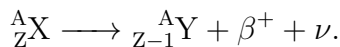
Ratkaisu.

- a) i) $^{18}_7\text{N}$ - ja $^{20}_7\text{N}$ -ytimet sekä $^{16}_8\text{O}$ - ja $^{18}_8\text{O}$ -ytimet. _____ 1p
- ii) Ei millään. Kaikissa ytimissä on joko keskenään eri määrä protoneja tai eri määrä neutroneja. _____ 1p(2p)
- iii) $^{18}_7\text{N}$ - ja $^{20}_7\text{N}$ -ytimillä keskenään sekä $^{16}_8\text{O}$ - ja $^{18}_8\text{O}$ -ytimillä keskenään. Samalla alkuaineella on sama emissiospektri, koska niillä on samanlaiset elektroniverhot. _____ 1p(3p)
- b) i) Reaktio

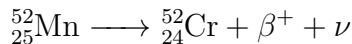


ei ole mahdollinen, koska massaluku ei säily reaktioyhtälössä. Vasemmalla se on $A = 234$ ja oikealla $A = 238 + 4 = 242$. _____ 1p(4p)

- ii) β^+ -hajoamisen reaktioyhtälö on muotoa



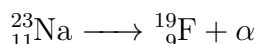
Kyseinen reaktio



on saman muotoinen. Lisäksi $^{52}_{25}\text{Mn}$ on β^+ -aktiivinen, joten reaktio on mahdollinen.

Huom! Harmillisesti mangaani-52-isotooppia ei löydy ainakaan MAOL- taulukkokirjasta. Koska kyseinen isotooppi ei ole taulukossa, voi koetilanteessa tehdä "asiantuntevan arvauksen": Koska reaktiota ei voi osoittaa mahdottomaksi päättelemällä eikä taulukkokirjan tietojen avulla, niin varmaankin se on sitten mahdollinen.

- iii) Reaktio



ei ole mahdollinen, sillä taulukon mukaan $^{23}_{11}\text{Na}$ on pysyvä ydin. _____ 1p(5p)

c)



Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.

10. Kultaseppä selvittää asiakkaan pyynnöstä punakultaisen kolikon kultapitoisuuden. Punakulta on kullan ja kuparin seos. Kun metallit yhdistetään seokseksi, metallien tilavuuden oletetaan pysyvän samana. Kolikko punnitaan ensin ilmassa ja sitten vedessä. Punnitustulokseksi saadaan ilmassa 11,90 g ja vedessä 11,11 g.

- a) Piirrä kaksi kuviota, joista ilmenevät kolikkoon ilmassa ja vedessä kohdistuvat voimat. (2 p.)
 b) Kuinka monta painoprosenttia kolikosta on kultaa? (4 p.)

Ratkaisu.

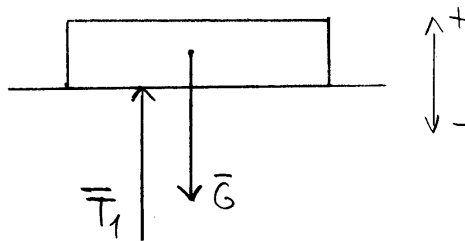
- a) Kuvissa

$\overline{G}$ on painovoima,
 $\overline{T}$ on vaa'an pinnan tukivoima ja
 $\overline{N}$ on noste vedessä.

Ilmassa kolikkoon kohdistuvaa nostetta ei oteta huomioon sen pienuuden takia.

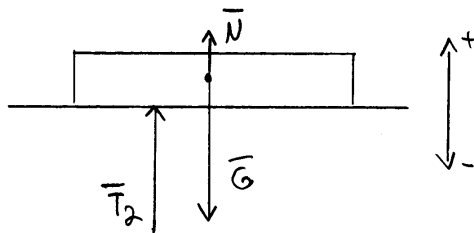
$m_1 = 11,90 \text{ g}$ on punnitustulos ilmassa, eli kolikon massa
 $m_2 = 11,11 \text{ g}$ on punnitustulos vedessä. Se ei siis ole massa, mutta siitä voidaan laskea voima $T_2 = m_2 g$.

Ilmassa:



Vedessä:

1p



1p(2p)

b)

$$\rho_{\text{Cu}} = 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{Au}} = 19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Newtonin II lain mukaan ilmassa on

$$\begin{aligned}\overline{T}_1 + \overline{G} &= \overline{0} \\ T_1 - G &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

Newtonin II lain mukaan vedessä on

$$\begin{aligned}\overline{T}_2 + \overline{N} + \overline{G} &= \overline{0} \\ T_2 + N - G &= 0\end{aligned}\tag{2}$$

Muodostetaan yhtälöistä (1) ja (2) yhtälöpari.

$$\begin{array}{rcl} & \begin{cases} T_2 + N - G = 0 \\ - \quad T_1 \quad \quad - G = 0 \end{cases} & \text{1p(3p)} \\ \hline & T_2 - T_1 + N = 0 & \\ N = T_1 - T_2 & \parallel \text{ sij. } T_1 = m_1 g \text{ ja } T_2 = m_2 g & \\ N = m_1 g - m_2 g & \parallel \text{ sij. } N = \rho_v V g & \\ \rho_v V g = m_1 g - m_2 g & \parallel : (g \rho_v) & \\ V = \frac{m_1 - m_2}{\rho_v} & & \\ V = \frac{11,90 \text{ g} - 11,11 \text{ g}}{1 \text{ g/cm}^3} & & \\ = 0,79 \text{ cm}^3 & \text{1p(4p)} & \end{array}$$

Tilavuus V koostuu kullan ja kuparin tilavuudesta, eli

$$\begin{aligned}V &= V_{\text{Au}} + V_{\text{Cu}} \\ V &= \frac{m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Au}}} + \frac{m_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Cu}}}.\end{aligned}\tag{3}$$

Toisaalta kolikon massa m_1 on

$$\begin{aligned}m_1 &= m_{\text{Au}} + m_{\text{Cu}} \\ m_{\text{Cu}} &= m_1 - m_{\text{Au}}\end{aligned}\tag{4}$$

Sijoitetaan (4) yhtälöön (3).

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Au}}} + \frac{m_1 - m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Cu}}} \quad || \cdot (\rho_{\text{Au}} \cdot \rho_{\text{Cu}}) \quad \text{1p(5p)} \\
 \rho_{\text{Cu}} \cdot m_{\text{Au}} + \rho_{\text{Au}} \cdot m_1 - \rho_{\text{Au}} m_{\text{Au}} &= \rho_{\text{Au}} \cdot \rho_{\text{Cu}} \cdot V \\
 (\rho_{\text{Cu}} - \rho_{\text{Au}}) m_{\text{Au}} &= \rho_{\text{Au}} \cdot \rho_{\text{Cu}} V - \rho_{\text{Au}} m_1 \quad || \cdot (\rho_{\text{Cu}} \rho_{\text{Au}}) \\
 m_{\text{Au}} &= \frac{\rho_{\text{Au}} \rho_{\text{Cu}} V - \rho_{\text{Au}} m_1}{\rho_{\text{Cu}} - \rho_{\text{Au}}} \\
 m_{\text{Au}} &= \frac{19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 0,79 \text{ cm}^3 - 19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 11,90 \text{ g}}{8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - 19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \\
 m_{\text{Au}} &= 8,9996 \dots \text{ g}
 \end{aligned}$$

Kysytty painoprosentti on

$$\frac{m_{\text{Au}}}{m_1} = \frac{8,9996 \dots \text{ g}}{11,90 \text{ g}} = 0,7562 \dots \approx 76\%$$

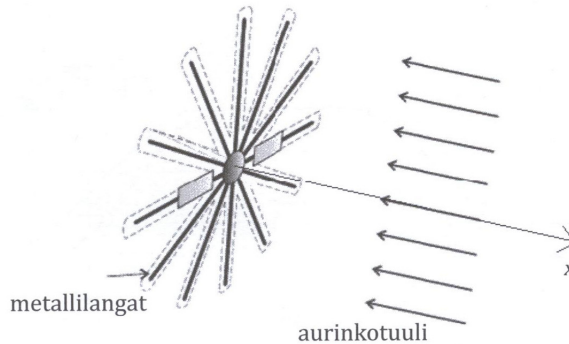
Vastaus: Kolikosta on kultaa 76% painoprosenttia. 1p(6p)

11. Sähköinen aurinkotuulipurje eli sähköpurje on Pekka Janhusen ideoima laite, jonka avulla avaruushuolaimet voisivat liikkua avaruudessa. Sähköpurje käyttää työntövoiman aikaansaamiseksi aurinkotuulta. Täysikokoinen sähköpurje koostuu noin 20 km pitkistä ohuista positiivisesti varatuista metallilangoista. Lankojen sähkökenttä kääntää aurinkotuulen protonit huolaimesta poispäin.

- a) Selitä, miten sähköpurjeen työntövoima syntyy.
 b) Lankojen sähkökenttä heikkenee siirryttäessä lankojen muodostamasta tasosta poispäin. Tällöin kentän sähköpotentiaalin voidaan olettaa olevan muotoa

$$V(x) = V_0 \ln \frac{x_0}{x},$$

missä x on kohtisuora etäisyys purjeesta, $V_0 = 0,50$ kV ja $x_0 = 100$ m on purjeen sähkökentän ulottuvuus. Etäisyyttä x_0 suuremmilla etäisyyksillä $V = 0$ V. Protonien nopeus kaukana purjeesta on 400 km/s. Kuinka lähelle purjetta protonit pääsevät?



<<http://www.electric-sailing.fi>>. (muokattu) Luettu 1.10.2015.

Ratkaisu.

- a) Aurinko emittoi paljon säteilyä, jonka mukana on suurella nopeudella liikkuvia protoneja. Protonien varaus on positiivinen ja kun ne tulevat sähköpurjeen lähelle, positiivisesti varattu sähköpurje kohdistaa niihin hylkivän sähköisen voiman ja vastaavasti protonit kohdistavat sähköpurjeeseen hylkivän sähköisen voiman.
- b) Sähköpurjeen sähkökentän potentiaali on

$$V(x) = V_0 \ln \left(\frac{x_0}{x} \right),$$

3p

missä

$$V_0 = 0,50 \text{ kV},$$

$$x_0 = 100 \text{ m}$$

ja protonien nopeus kaukana purjeesta on

$$v = 400 \text{ km/s} = 4,0 \cdot 10^5 \text{ m/s}.$$

Kun protonit ovat kaukana sähköpurjeesta, sähköpurjeen sähkökenttä ei ylety niihin ja niillä on siis ainoastaan liike-energiaa. Kun ne saapuvat sähköpurjeen sähkökenttään, sähkökentän niihin kohdistama voima jarruttaa niitä muuttaen niiden liike-energiaa sähköiseksi potentiaalienergiaksi. Oletetaan, että jarrutuksessa protonien säteilemä energia on merkityksettömän pieni. Tällöin protonit liikkuvat kohti sähköpurjetta, kunnes kaikki niiden liike-energia on muuttunut sähköiseksi potentiaalienergiaksi.

1p(4p)

Tämän jälkeen ne alkavat liikkua poispäin sähköpurjeesta. Lasketaan, kuinka lähelle purjetta protonit pääsevät.

$$E_{k1} = E_{p2}$$

$$\frac{1}{2}m_p v^2 = eV(x)$$

1p(5p)

$$\frac{1}{2}m_p v^2 = eV_0 \ln\left(\frac{x_0}{x}\right) \quad || : (eV_0)$$

$$\ln\left(\frac{x_0}{x}\right) = \frac{m_p v^2}{2eV_0}$$

$$\frac{x_0}{x} = e^{\frac{m_p v^2}{2eV_0}} \quad || \cdot x$$

$$x_0 = x e^{\frac{m_p v^2}{2eV_0}} \quad || \cdot e^{-\frac{m_p v^2}{2eV_0}}$$

$$x = x_0 e^{-\frac{m_p v^2}{2eV_0}}$$

$$\begin{aligned} x &= 100 \text{ m} \cdot e^{-\frac{1,6726231 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (4,0 \cdot 10^5 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 500 \text{ V}}} \\ &= 18,818 \dots \text{ m} \approx 19 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vastaus: Protonit pääsevät 19 m etäisyydelle sähköpurjeesta.

1p(6p)

+12. Atomin rakenteen selvittäminen on ollut fysiikan suuria edistysaskelia. Tarkastele Rutherfordin ja Bohrin atomimalleja sekä kvanttimekaanista (Schrödingerin) atomimallia.

- Millaisia nämä atomimallit ovat, ja mitkä ovat niiden keskeiset fysikaaliset oletukset? (4 p.)
- Tarkastele kustakin atomimallista yhtä merkittävää koetta, johon malli perustuu. (3 p.)
- Mitä atomin ominaisuuksia kukin malli pystyy selittämään? (2 p.)

Ratkaisu.

- Rutherfordin atomimalli:** Rutherfordin atomimallissa atomi koostuu positiivisesti varatusta hyvin tiheästä ytimestä, jota ympäröi sellainen määrä elektroneja, että elektronien negatiivinen kokonaisvaraus on yhtä suuri kuin ytimen positiivinen varaus. Rutherfordin mallissa atomin positiivisesti varattu ydin sisältää lähes kaiken atomin massan ja sen alueen koko, jossa elektronit ovat, määrää atomin koon.

Rutherfordin päätelmät perustuivat olettamukseen siitä, että atomin ja Rutherfordin kokeessa kultakalvon läpi ammutut alfahiukkaset vuorovaikuttavat vain sähköisen voiman avulla, ja että alfahiukkanen on merkittävästi kevyempi kuin kulta-atomin positiivisesti varattu ydin. _____

1p

Bohrin atomimalli: Myös Bohrin atomimallissa atomissa on positiivisesti varattu hyvin tiheä ydin, jota elektronit ympäröivät suuremmalla alueella. Bohrin mallissa oletetaan, että elektronit kiertävät ydintä ympyräradoilla, jossa ne pysyvät ytimen ja elektronin välisen sähköisen vuorovaikutuksen avulla, joka antaa niille keskeiskiihtyvyyden. Mallissa näiden ratojen oletetaan olevan kuitenkin stationaarisia ratoja, joilla olevilla elektroneilla on tietty energia ja pyörimismäärä (ytimen suhteen). Fotoniin absorboituminen ja emittoituminen atomeista selittyy Bohrin mallissa sillä, että elektronin oletetaan ikään kuin hyppäävän stationaariselta radalta toiselle, jolloin sen energia muuttuu. Alunperin Bohrin malli oli vain vetyatomille, jonka tapauksessa oletettiin, että ytimen varaus on yksi alkeisvaraus ja sitä kiertää yksi elektroni. _____

1p(2p)

Kvanttimekaaninen atomimalli: Myös kvanttimekaanisessa atomimallissa elektronit ovat positiivista ydintä ympäröivässä tilassa ja niiden energiat voivat olla vain tiettyjä diskreettejä arvoja. Kvanttimekaanisessa atomimallissa elektronilla oletetaan olevan aaltoluonne, ja elektronin tilaa oletetaan kuvaavan Schrödingerin yhtälö, jonka ratkaisuna saadaan elektronin tilaa kuvaava funktio, eli elektronin nk. aaltofunktio. Elektronin aal-

tofunktiota kuvaavat neljä kvanttilukua: pääkvanttiluku, sivukvanttiluku, magneettinen kvanttiluku ja spinkvanttiluku, joista ensimmäiset kolme kuvaavat elektronin asettumista ympyräratoja monimutkaisemmin atomin ympärille. Paulin kielto säännön mukaan atomissa kaksi elektronia eivät voi olla täsmälleen samassa tilassa, eli kahdella elektronilla ei voi olla samoja neljää kvanttilukua. Spinkvanttiluku voi saada arvoikseen $-1/2$ tai $+1/2$, joten vain kaksi elektronia voi olla asettunut keskenään samalla tavalla atomin ympärille. Elektronit eivät siis ole kvanttimekaanisessa mallissa ympyräradoilla, vaan niiden sijaintia oletetaan kuvaavan tietty todennäköisyysjakauma, joka riippuu niiden energiasta sekä siitä, miten muut elektronit ovat asettuneet.

2p(4p)

- b) **Rutherfordin koe:** Rutherfordin atomimalli perustuu Rutherfordin kokeeseen, jossa Rutherford tutkimusryhmänsä kanssa ampui alfahiukkasia ohuen kultakalvon läpi ja tutki niiden liikerataa. He käyttivät radioaktiivista radiumia alfahiukkasten lähteenä ja kultakalvoon osuneet alfahiukkaset osuivat fluoresoivalle kalvolle, johon jokainen osuma tuotti pienen valonväläyksen. Kokeessa havaittiin, että suurin osa alfahiukkasista läpäisi kalvon lähes suoraan, mutta osa muutti suuntaansa merkittävästi ja osa jopa kimposi takaisin päin.

1p(5p)

Franckin ja Hertzin koe: Franckin ja Hertzin kokeen tulokset tukivat Bohrin atomimallia. Kokeessa tutkittiin elektronien liikettä tyhjiöputkessa, jossa on elohopeakaasua. Tyhjiöputken toiseen päähän laitettiin hehkukatodi, josta irtosi elektroneja. Elektronit kiihtyivät putkessa kohti putken puolivälissä olevaa metallihilaa ja osuivat matkalla elohopeakaasun atomeihin. Hilan läpäistyään elektronit saapuivat jarruttavaan sähkökenttään, ja vain ne elektronit, joilla oli riittävän suuri energia, pääsivät tyhjiöputken toisessa päässä sijaitsevalle katodille. Kokeessa muuteltiin kiihdytysjännitettä ja mitattiin anodille saapuvien elektronien määrää.

Kokeessa huomattiin, että kiihdytysjännitettä kasvattamalla anodille saapuvien elektronien määrä kasvoi, kuten oletettiin. Kuitenkin tietyllä kiihdytysjännitteellä U anodille saapuvien elektronien määrä laski äkisti. Tämän jälkeen se taas kasvoi, kunnes jännitteellä $2U$ se jälleen laski äkisti.

Tästä pääteltiin, että kun elohopea-atomit pystyivät absorboimaan energiaa vain tietyn suuruisena "pakettina" kerrallaan. Koe toistettiin myös muilla aineilla kuin elohopealla ja saatiin sama tulos sillä erotuksella, että absorboituva energia oli eri suuruinen. Franckin ja Hertzin koe vahvisti Bohrin mallin oletuksen, että elektronit eivät voi olla millä tahansa

radalla ytimen ympärillä, vaan mahdolliset radat ovat yksittäisiä ja niillä on tietyt energiat, jotka ovat atomille ominaiset.

1p(6p)

Tässä voi myös puhua vedyn spektriviivojen mittauksista, mutta Francin ja Hertzin koe on tunnetuimpia Bohrin mallia tukeneita yksittäisiä kokeita.

Vetyä raskaampien alkuaineiden emissio- ja absorptiospektrien mittauksissa saatiin kokeellisesti vahvistettua kvanttimekaanisen atomimallin ennustukset elektronien energioille atomeissa.

1p(7p)

Tässä voisi myös puhua elektronin aaltoluonteen (elektronidiffraktio) tai kvanttimekaanisen luonteen (Stern-Gerlachin koe) vahvistavista kokeista.

- c) Rutherfordin malli selittää atomin rakenteesta sen, että positiivinen varaus on keskittynyt hyvin tiiviiseen ytimeen ja elektronit ympäröivät sitä merkittävästi suuremmalla alueella, jonka koko määrää atomin koon. Rutherfordin kokeessa saatiin myös arvioitua, että atominytimen halkaisijan suuruusluokka on 10^{-14} m, eli tuhansia kertoja pienempi kuin atomin halkaisijan.

 $\frac{1}{3}p$
($7\frac{1}{3}$)

Bohrin atomimalli selittää atomien emissio- ja absorptiospekttrin diskreetin luonteen, eli sen, että niissä on vain diskreettejä energianarvoja sen sijaan, että ne olisivat jatkuvia. Se selittää myös varsin tarkasti vetyatomin spektrit, sillä sen avulla voitiin perustella aiemmin vain kokeellinen Rydbergin kaava vedylle, joka liittyy vetyatomin absorboiman tai emittoiman fotonin aallonpituuden elektronin mahdollisiin energioihin vetyatomissa.

 $\frac{2}{3}p$
(8p)

Kvanttimekaaninen atomimalli selittää yksityiskohtaisesti kemiallisten sidosten muodostumisen ja niiden ominaisuudet. Siinä missä Bohrin atomimalli selitti tarkasti elektronin energiat ja atomin spektriviivat vain vetyatomin tapauksessa, kvanttimekaaninen atomimalli onnistui selittämään nämä myös muille atomeille.

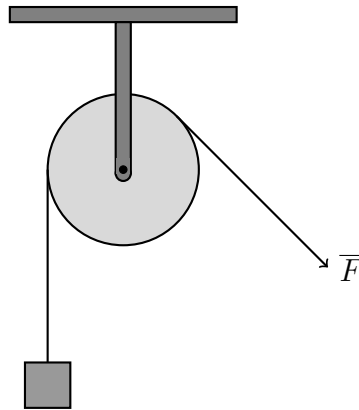
1p(9p)

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.

- +13. Energiaa voidaan siirtää tai muuntaa mekaaniseksi työksi mekaanisella koneella, lämpövoimakoneella ja sähkömoottorilla. Tarkastele kolmen erityyppisen esimerkin avulla näitä energian siirto- tai muuntotapoja. Kiinnitä kuvaamissasi esimerkeissä huomiota energiahäviöiden syihin ja menetelmän hyötysuhteeseen.

Ratkaisu.

Mekaaninen kone: Esimerkiksi kiinteäpyöräinen väkipyörä on mekaaninen kone. Se on kevyesti akselinsa ympäri pyörivä pyörä, joka on kiinnitetty akselistaan johonkin liikkumattomaan tukeen, esimerkiksi kattoon. Väkipyörän kehän yli kulkee ohut vaijeri tai naru, jonka toisesta päästä vedetään ja toinen kiinnitetään esimerkiksi nostettavaan kuormaan.



Väkipyörän avulla voidaan siis kohdistaa kappaleeseen voima, esimerkiksi pystysuuntainen nostava voima, käyttämällä eri suuntaista voimaa kuin kappaleeseen kohdistuva. Väkipyörää käytettäessä pieniä energiahäviöitä syntyy vaijerin tai langan venymisestä, väkipyörän pyörimiskitkasta ja siitä, että vaijeri tai lanka saattaa hieman liukua väkipyörää pitkin, jolloin niiden välinen kitka tekee työtä ja syntyy pieni energiahäviö. Tyypillisesti vaijeri on ohut ja kestävä, ei liu'u merkittävästi ja väkipyörä pyörii kevyesti hyvin vähäisellä kitkalla, joten väkipyörän energiahäviöt ovat hyvin pieniä, vaikka tehtäisiin esimerkiksi suuri nostotyö. Väkipyörän hyötysuhde on siis lähellä 100 %:a.

3p

Tässä olisi voinut käsitellä vaihtoehtoisesti esimerkiksi vipuun tai kaltevaan tasoon perustuvia yksinkertaisia koneita, tai vaikka vesiratasta tai tuulimyllyä.

Lämpövoimakone: Esimerkiksi höyryturbiini on lämpövoimakone. Höyryturbiinissa on kuumasäiliö, jonka lämpötila on T_1 . Kuuma höyry virtaa läm-

pösäiliöstä kylmäsäiliöön, jonka lämpötila on T_2 . Kuuma- ja kylmäsäiliön välissä on turbiini. Turbiini on pyörimisakseliin kiinnitetty sylinterin muotoinen kappale, jonka reunoilla on siivekkeet, joihin kuuma höyry osuu. Lämpösäiliöstä virtaa höyryn mukana lämpömäärä Q_1 , höyry työntää turbiinin pyörimään osuessaan siivekkeisiin ja näin tekee siihen mekaanisen työn W , ja kylmäsäiliöön virtaa jäähtyneen höyryn mukana lämpömäärä Q_2 .

Höyryturbiinissa tapahtuu pieniä energiahäviöitä, kun kaasun mukana siirtyvää lämpöä siirtyy ympäristöön ennen kuin kaasu tekee mekaanisen työn turbiiniin ja toisaalta myös turbiinin pyörimistä jarruttavan kitkan takia. Suurin energiahäviö höyryturbiinissa on kuitenkin kylmäsäiliöön siirtyvä merkittävän suuri lämpömäärä. Jos muut häviöt oletetaan merkityksettömäksi, hyötysuhteelle saadaan lauseke

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Tämä on sama muillekin lämpövoimakoneille. Lämpövoimakoneen hyötysuhde ei voi olla 100 %. Sen teoreettinen maksimiarvo on

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

ja todellisuudessa lämpövoimakoneiden hyötysuhteet ovat merkittävästi teoreettista maksimiarvoa matalampia.

3p(6p)

Tässä olisi voinut käsitellä vaihtoehtoisesti esimerkiksi polttomoottoria tai mäntähöyrykonetta.

Sähkömoottori: Esimerkiksi yksinkertainen vaihtosähkömoottori, jonka roottorissa on käämi, on sähkömoottori. Se koostuu pyörivästä käämistä, jonka sisällä on ferromagneettisesta aineesta (esimerkiksi raudasta) tehty ydin, sekä sen ympärillä olevasta paikallaan olevasta osasta, jossa on joko käämejä tai kestopagneetteja. Pyörivää osaa kutsutaan roottoriksi ja paikallaan olevaa osaa staattoriksi. Käämissä kulkeva vaihtovirta aiheuttaa käämiin muuttuvasuuntaisen magneettikentän, joka vuorovaikuttaa staattorin magneettien kanssa ja saa roottorin pyörimään. Näin siis saadaan muutettua sähköenergiaa roottorin pyörimisenergiaksi, eli tehdään roottoriin mekaaninen työ.

Roottorin käämin rautasydämeen indusoituu pyörrevirtoja, jolloin sydän kuumenee ja energiaa menee hukkaan. Myös muut osat, kuten johtimet lämpevät niissä kulkevan sähkövirran takia. Lämpenemisen takia sähkömoottoria joudutaan jäähdyttämään (yleensä tuulettimella), ja jäähdytykseen kuluu osa energiasta. Pieni määrä energiasta kuluu myös roottorin pyörimistä jarruttavan kitkan takia. Sähkömoottorin hyötysuhde on tyypillisesti parempi kuin

lämpövoimakoneella, pienitehoisilla noin 60 %–70 % ja parhaimmillaan jopa yli 95 %.

3p(9p)

Tässä olisi voinut käsitellä vaihtoehtoisesti käsitellä toisenlaista vaihtosähkömoottoria tai jotakin tasasähkömoottoria.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.